

NUMERIČNO FILTRIRANJE TEMPERATURNIH
PODATKOV S KREDARICE

NUMERICAL FILTERING OF TEMPERATURE
DATA FROM KREDARICA

551.506.3 : 551.524.1

551.5 : 681.3

Bojan LOGAR, Jože ROŠKAR, Boris ZUPANČIČ

Meteorološki zavod SRS, Ljubljana

SUMMARY

The numerical filtering is a method for smoothing the oscillations (with high and/or low frequencies) in a time series. The fast Fourier transform and the computer are used to filter numerically, and today, filtering is mostly done in this way.

Functions $F(u)$ and $f(t)$ are called Fourier integral transform pair, if the relationships (1) and (2) are true. Power spectrum, $S(u)$, is derived from spectrum, $F(u)$, by formula (4). $S(u)$ is analogical to squares of Fourier coefficients in a Fourier series expansion (page 21) and therefore a value of $S(u)$ is proportional to the variance of wave component with frequency u .

The necessary condition for periodical time series $f(t_j)$ and $F(u_k)$ to be Fourier transform pair are relations (5) and (6). But mostly the k series $f(t_j)$ is defined on finite interval $[0, T)$ only, with N equidistant samples. Periodicity with period T is then achieved with periodical continuation of the series outside the interval of definition. With the great N , the fast Fourier transform (FFT) method [3], based on (5) and (6), greatly reduces the elapsed computer time. It is recommended that N should be equal to the power of number 2.

Filtering is done by "correcting", i.e. multiplying (see (7)), the spectrum $F(u_k)$ with an appropriate filter $T(u)$ and transforming it back to filtered time series, $f_1(t_j)$. We took the simplest possible filter - the step function (8). With maximum and minimum frequency, i.e. u_{\max} and u_{\min} , we choose which frequency will be filtered out and which not.

The time series of the air temperatures measured daily at Kredarica from 1971 to 1976 is used (fig.1 - year 1973 only). It is transformed with FFT method to spectrum and then to power spectrum (fig.2). The highest peak corresponds to frequency 1.07 cycles per year. We smoothed (filtered) the original time series with $u_{\max} = 1/(27 \text{ days})$ and $u_{\min} = 0$ at first (fig.3). This is the so-called lowpass filter. The waves with frequencies greater than u_{\max} were diminished. The noise (fig.4), i.e. oscillations owing to "weather", with frequencies greater than u_{\max} , seems to be normally distributed (fig.5) around the smoothed curve. The next one was the bandpass

filter, which cuts off also the wave components with low frequencies (fig.7). Again $u_{\max} = 1/(27 \text{ days})$, but $u_{\min} = 1/(256 \text{ days})$. the lowpass filtered temperature data for $u_{\max} = 1/(256 \text{ days})$ only look as shown in fig.8. It shows a considerable annual changing of temperature.

POVZETEK

Numerično filtriranje je poseben primer glajenja tako visoko kot tudi nizkofrekvenčnih oscilacij v časovni vrsti. Danes se največkrat numerično filtrira z računalnikom in s hitro Furierovo transformacijo.

Avtorji opišejo matematične osnove numeričnega filtriranja in demonstrirajo vse tri tipe filtrov (nizkofrekvenčnega, pasivnega in visoko frekvenčnega) na časovni vrsti temperatur zraka, ki so jih dnevno merili na Kredarici v letih od 1971 do 1976. Analizirajo tudi močnostni spekter te vrste. Dobijo ga kot vmesni rezultat pri filtriranju.

UVOD

Pravkar končujemo z urejanjem 10-letnega arhiva podatkov dnevnik klimatoloških opazovanj z vseh postaj v Sloveniji. Arhiv je na magnetnih trakovih in bo zato podatke mogoče računalniško obdelovati. Na voljo bomo imeli torej podatke, sodobna raziskovalna sredstva (računalnike) imamo, osvojiti moramo še sodobno metodologijo analize teh podatkov.

V prispevku želimo opisati preprosto in hitro računalniško metodo za filtriranje časovnih vrst. Filtriranje nam pomeni transformacijo, ki iz vhodnega signala (časovne vrste) izloči šum ali pa v njem določene elemente poudari /1/. Poseben primer filtriranja je glajenje. Če privzamemo, da je vrsta oziroma krivulja sestavljena iz nekaj pravilnih časovnih valov in nekaj naključnih visokofrekvenčnih valovanj, oziroma iz koristne časovne krivulje in močnih fluktuacij, potem lahko z glajenjem moteča visokofrekvenčna valovanja izločimo. Pri analizi klimatoloških časovnih vrst, za primer, želimo izločiti naključne fluktuacije zaradi vremena, da ostanejo za analizo le še stalne počasne klimatološke valovne komponente. Glajenje je nizkofrekvenčno filtriranje, ker ohrani valovne komponente z nizkimi frekvencami. Z visokofrekvenčnim filtriranjem izločimo komponente z nizkimi frekvencami. Če nas zanimajo le nihanja temperature, krajša od enega leta, izločimo z visokofrekvenčnim filtriranjem izrazito enoletno in vsa daljša nihanja. Najsplošnejše je pasovno filtriranje, ki ohranja le valovanja s frekvencami iz v naprej izbranega frekvenčnega intervala.

Metoda sloni na računanju spektra časovne vrste s programom za hitro Fourierovo transformacijo. Prenosna funkcija je dvovrednostna stopničasta funkcija, ki v izbranem frekvenčnem intervalu zavzame vrednost 1, izven njega pa vrednost 0. Filtrirano časovno vrsto dobimo z istim programom z inverzno Fourierovo transformacijo produkta prenosne funkcije in spektra.

Praznujemo 25-letnico delovanja najvišje jugoslovanske meteorološke opazovalnice Kredarica. Zato smo za podatke, na katerih prikazujemo metodologijo

filtriranja, vzeli iz omenjenega arhiva v letih od 1971 do 1976 na Kredarici izmerjene temperature suhega termometra ob 14. uri.

FOURIEROVA TRANSFORMACIJA, MOČNOSTNI SPEKTER IN NUMERIČNO FILTRIRANJE

Vzemimo, da za neko funkcijo $f(t)$, za t z intervala $-\infty < t < \infty$, obstaja Fourierova transformiranka, $F(u)$:

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-2\pi iut} \cdot dt \quad (1)$$

za frekvenco u z intervala $-\infty < u < \infty$, in da dobimo z inverzno Fourierovo transformacijo spet funkcijo $f(t)$:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \cdot e^{2\pi iut} \cdot du, \quad (2)$$

potem pravimo, da sta $f(t)$ in $F(u)$ Fourierov transformacijski par. Fourierov integral (2) predstavlja funkcijo $f(t)$ v obliki vsote neskončnega števila sinusnih in cosinusnih nihanj z zvezno spreminjajočo se frekvenco u . Pravimo, da je funkcija $f(t)$ razvita v zvezni spekter. $F(u)$ imenujemo spekter oziroma gostoto spektra funkcije $f(t)$. V splošnem je kompleksna funkcija. Realni del označimo z $a(u)$, imaginarnega pa z $b(u)$:

$$F(u) = a(u) + i \cdot b(u) \quad (3)$$

Za realno funkcijo $f(t)$ iz (1) hitro sledi, da morata biti $a(u)$ soda, $b(u)$ pa liha funkcija:

$$a(-u) = a(u) \text{ in } b(-u) = -b(u) \quad .$$

S spektrom $F(u)$ je definiran tudi močnostni spekter (pravilneje: moč gostote spektra), $S(u)$:

$$S(u) = |F(u)|^2 = a^2(u) + b^2(u) \quad (4)$$

Tudi $S(u)$ je za realno funkcijo $f(t)$ soda funkcija: $S(-u) = S(u)$.

Funkciji $a(u)$ in $b(u)$ sta analogni Fourierovim koeficientom, a_k in b_k , ki jih dobimo pri harmonični analizi, če razvijemo kako periodično funkcijo, recimo $g(t)$, v Fourierovo vrsto:

$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \cos(2\pi kut) + b_k \cdot \sin(2\pi kut)) \quad .$$

Zapišemo jo lahko tudi v obliki:

$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \sin(2\pi k u t + B_k),$$

kjer je A_k amplituda k -te sinusne komponente in se izraža s Fourierovima koeficientoma a_k in b_k takole:

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}.$$

Ker za (3) velja, da je:

$$|F(u)| = \sqrt{a^2(u) + b^2(u)},$$

je funkcija $|F(u)|$ analogna amplitudam sinusnih komponent pri harmonični analizi, močnostni spekter $S(u)$ pa kvadratom amplitud.

To pomeni, da dobimo na grafu močnostnega spektra neke funkcije za valovanja, ki v njej nastopajo z najvišjimi amplitudami, tudi najvišje vrednosti in izrazite vrhove. Graf močnostnega spektra predstavlja v bistvu verjetnostno porazdelitev valovanj z različnimi frekvenca, ki v dani funkciji ali časovni vrsti nastopajo. Na ordinati čitamo vrednost, ki je sorazmerna varianci vrednosti posamezne valovne komponente, na abscisi pa komponentno frekvenco.

Večinoma je funkcija $f(t)$ dana kot končna časovna vrsta. Definirana je samo v N ekvidistančnih točkah, t_j , na intervalu $[0, T)$:

$$t_j = j \cdot T / N = j \cdot \Delta t; \quad j = 0, 1, \dots, N-1.$$

Z diskretizacijo oziroma z izbiro intervala vzorčenja, Δt , je po izreku o vzorčenju spekter $F(u)$ lahko od nič različen le za frekvence absolutno manjše od Nyquistove frekvence: $u_{Ny} = 1/(2 \cdot \Delta t)$. Če sedaj zahtevamo, da naj se $F(u)$ izven intervala $[-u_{Ny}, u_{Ny}]$ periodično nadaljuje, torej da naj velja:

$$F(u) = F(u + 2 \cdot m \cdot u_{Ny}),$$

in da naj se periodično nadaljuje izven intervala $[0, T)$ tudi funkcija $f(t)$:

$$f(t) = f(+m \cdot T) \quad (m \text{ je poljubno celo število}),$$

potem je trapezno pravilo za taki funkciji $F(u)$ in $f(t)$ odlična aproksimacija za računanje njunih Fourierovih integralov (1) in (2) in velja /2/:

$$F(u_k) = (T/N) \cdot \sum_{j=0}^{N-1} f(t_j) \cdot e^{-2\pi i u_k t_j} \quad (5)$$

in

$$f(t_j) = (1/T) \cdot \sum_{k=-N/2+1}^{N/2-1} F(u_k) \cdot e^{2\pi i u_k t_j}, \quad (6)$$

kjer je: $u_k = k/T = k \cdot \Delta u$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N/2-1)$.

Tudi vrsti $F(u_k)$ in $f(t_j)$ sta Fourierov transformacijski par, diskreten in končen. Predstavlja transformacijo časovne vrste v njen spekter in obratno, transformacijo spektra nazaj v časovno vrsto.

Kadar je število točk N zelo veliko, se čas računanja vsote v (5) ali (6) bistveno skrajša z uporabo hitre Fourierove transformacije (FFT) /3/. Napačna metode je najmanjša, če je N enako potenci števila 2.

Kot smo uvodoma omenili, je namen filtriranja ohraniti v časovni vrsti valovanja s frekvencami iz izbranega frekvenčnega območja, valovanja s frekvencami izven tega območja pa izločiti. Spektra originalne in njene filtrirane časovne vrste se razlikujeta le pri frekvencah izven izbranega frekvenčnega pasu. Tam je namreč moč filtrirane časovne vrste enaka nič, moč originalne vrste pa je lahko od nič različna. Iz tega sledi, da bi lahko dobili filtrirano časovno vrsto z inverzno Fourierovo transformacijo primerno "popravljenega" spektra originalne vrste. Dejansko potem transformiramo spekter originalne vrste, $F(u)$, tako, da ga pomnožimo z neko prenosno funkcijo $T(u)$. Pri frekvencah u_k , $k = 0, -1, \dots, \pm(N/2-1)$ je novi spekter, $F_1(u_k)$, enak:

$$F_1(u_k) = T(u_k) \cdot F(u_k) \quad (7)$$

V našem primeru smo za $T(u)$ enostavno vzeli dvovrednostno funkcijo:

$$T(u) = \begin{cases} 1 & : u_{\min} \leq |u| \leq u_{\max} \\ 0 & : |u| < u_{\min} \text{ ali } |u| > u_{\max} \end{cases} \quad (8)$$

u_{\min} je najmanjša, u_{\max} pa največja frekvenca valovanja, ki naj se pri filtriranju ohrani. Njuha izbira je odvisna od narave problema. Za glajenje vzamemo: $u_{\min} = 0$, tako da se izločijo samo valovanja (šum) s frekvenco, večjo od u_{\max} . Iz spektra $F_1(u_k)$ dobimo filtrirano časovno vrsto, $f_1(t_j)$, za $j = 0, 1, \dots, N-1$, po formuli (6) spet s hitro Fourierovo transformacijo (FFT).

Če povzamemo, potem je potek metode tak:

1. Časovno vrsto $f(t_j)$ z dolžino N (N je enak potenci števila 2) transformiramo s FFT v spekter $F(u_k)$.
2. Tvorimo močnostni spekter $S(u_k)$.
3. Na grafu močnostnega spektra $S(u_k)$ izberemo frekvenci u_{\max} in u_{\min} .
4. Tvorimo "popravljen" spekter $F_1(u_k)$.
5. Z inverzno FFT transformiramo spekter $F_1(u_k)$, da dobimo filtrirano časovno vrsto $f_1(t_j)$.

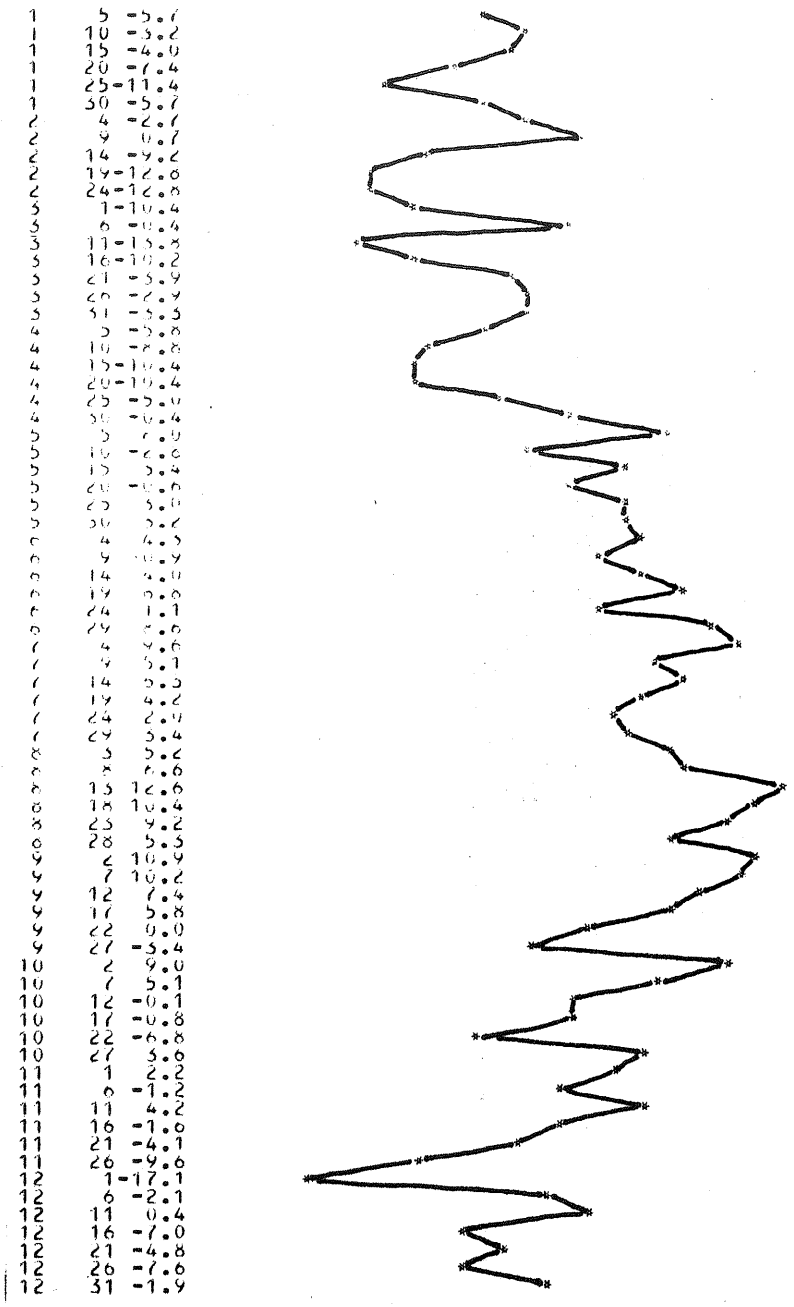
REZULTATI IN RAZPRAVLJANJE O FILTRIRANJU ČASOVNE VRSTE TEMPERATURNIH PODATKOV

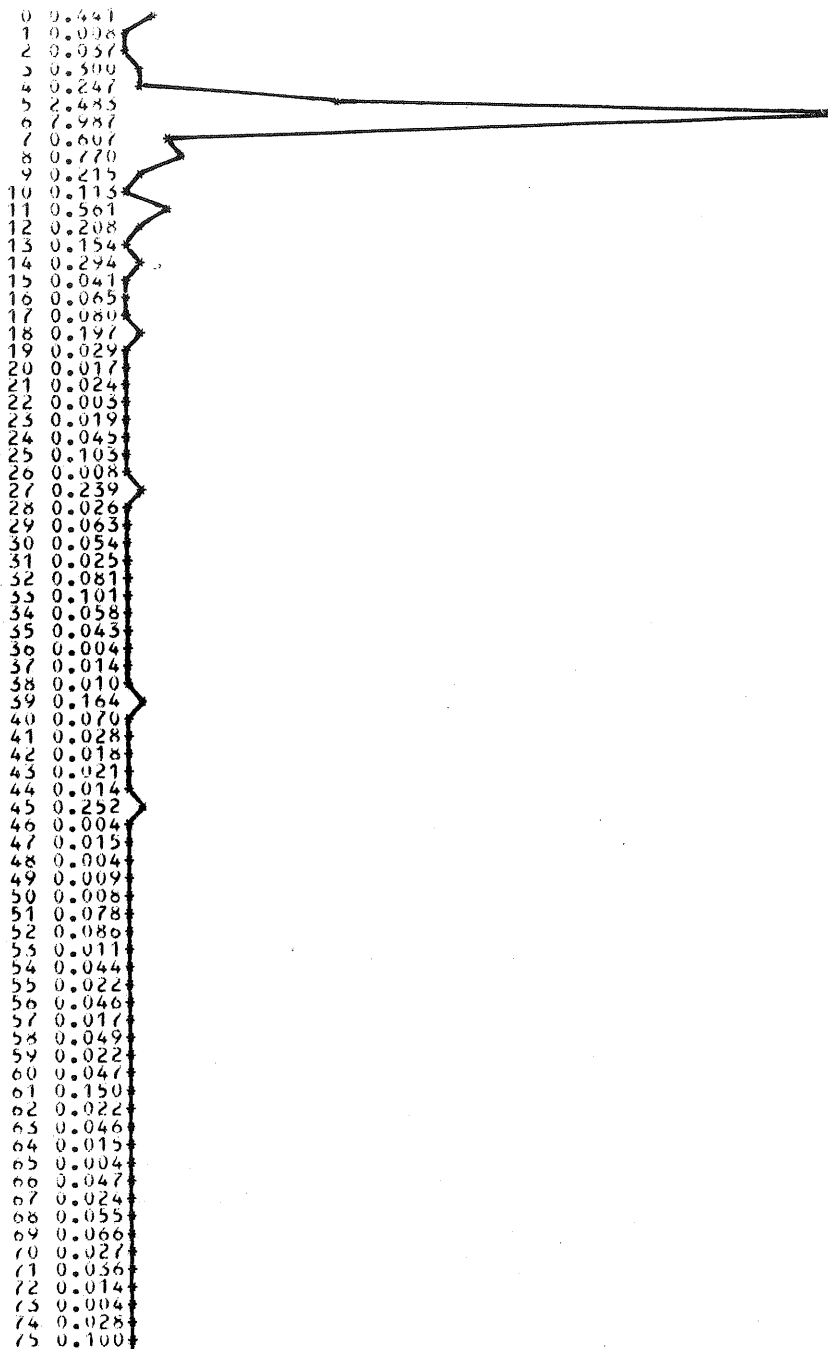
Filtrirali smo časovno vrsto temperatur suhega termometra, ki so jih dnevno merili ob 14. uri na Kredarici v času od 1.1.1971 do 9.8.1976. Dolžina vrste, T , je 2048 dni, torej je število podatkov $N=2048$. To dolžino smo izbrali izključno zaradi tega, ker je za algoritem programa za hitro Fourierovo transformacijo (FFT) najugodnejše, če je N enak potenci števila 2 ($2048 = 2^{11}$). Vrsta je na sliki 1 izrisana zaradi omejenega prostora le za vsak peti dan v letu 1973. Najopaznejša so visokofrekvenčna nihanja temperature zaradi spreminjanja "vremena", z valovnimi dolžinami do nekaj deset dni, in sezonsko nihanje, z enim nihajem na leto (nizkofrekvenčna valovna komponenta). Amplitudi obeh vrst nihanj sta približno enako veliki, zato so nihanja z valovnimi dolžinami, daljšimi od nekaj deset dni, precej zabrisana.

Časovno vrsto temperatur smo s programom za hitro Fourierovo transformacijo (FFT) najprej pretvorili v diskreten spekter. Podprogram FOUR1, ki napravi FFT, je leta 1967 napisal N. Brenner, MIT Lincoln Laboratory. Ker so naši podatki realna števila, podprogram FOUR1 pa dela s kompleksnimi, postavimo na začetku vse imaginarne komponente enake nič. S kvadriranjem spektra (4) smo dobili močnostni spekter, slika 2. Tako dobljeni spekter je za frekvenčno analizo po valovnih komponentah še neprimeren. Potrebno ga je namreč predelati, tako da se pri še dovolj visoki statistični stabilnosti čim bolj odpravi razmazanost vrhov in zmanjša vpliv cele vrste nižjih vrhov, ki obkrožajo vsak glavni vrh $1/4$. S tem se ločljivost in zanesljivost določanja dejanskih valovnih komponent v časovni vrsti poveča. Nam rabi spekter le za določanje frekvenčnega pasu za prenosno funkcijo (8), za to pa je dober tudi surovi, neobdelani spekter.

Na močnostnem spektru na sliki 2 čitamo na abscisi frekvenčno število, k , to je - število nihajev v času T . Vrednost ordinate (zgornja vrsta) pri nekem k je enaka moči spektra pri tistem k . Izrazit vrh obstaja pri $k=6$, kar ustreza frekvenci $u=k/T = 1.07/\text{leto}$ in valovni dolžini 341 dni, torej približno letnemu nihanju temperature. Moč pri tej frekvenci je enaka $7.99 (^{\circ}\text{C})^2$, amplituda valovanja pa 2.8°C . Za valovanja z valovnimi dolžinami, za katere čas T ni natančno njihov mnogokratnik, se vrhovi v spektru razširjajo čez širše frekvenčno območje (razmazanost), moč valovne komponente se razdeli na več sosednjih frekvenc. Zato je razumljivo, da je amplituda 2.8°C pri $k = 6$ dva do trikrat manjša od približno ocenjene amplitude letnega nihanja na sliki 1.

Slika 1 Izmerjene temperature ob 14^h na Kredarici leta 1973 (le vsak 5. dan). Od spodaj navzgor: mesec in dan (abscisa), temperatura v $^{\circ}\text{C}$ (ordinate).
 Fig. 1 Temperatures measured at Kredarica in 1973 (only every 5th day). Below to above: month and day (abscissa), temperature in $^{\circ}\text{C}$ (ordinate).





Slika 2 Močnosni spekter temperaturnih podatkov s Kredarice za čas od 1.1.1971 do 9.8.1976
 Spodaj - frekvenčno število (abscisa), zgoraj - moč ali varianca v (°C)² (ordinata)

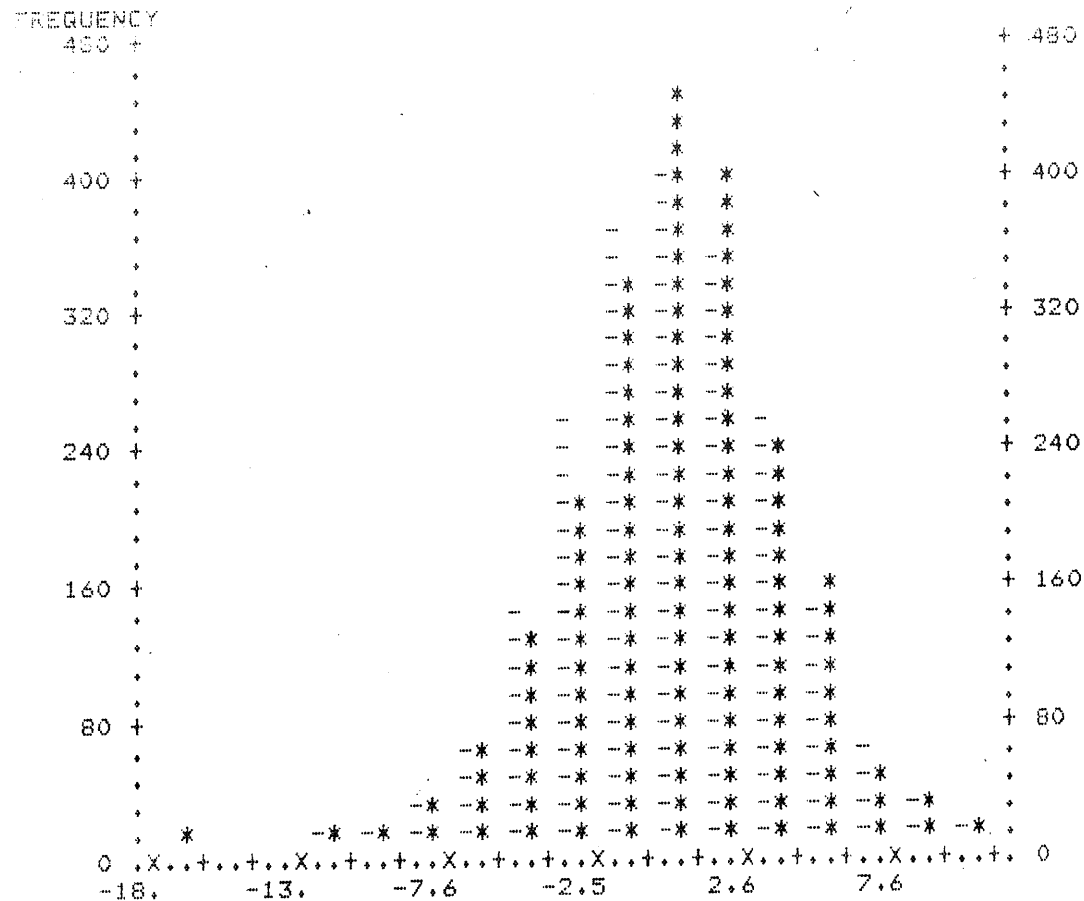
Fig. 2 Power spectrum of temperature data at Kredarica from the 1st January 1971 to the 9th August 1976. Below - frequency numbers (abscissa), above - power or variance in (°C)² (ordinate).

Vrhovi pri k je enako: 8, 11, 14, 18, 27, 39, in 45 (slika 2), so od glavnega vrha pri k = 6 precej nižji. Po vrsti približno ustrezajo valovnim dolžinam: 8, 6, 5, 4, 2.5, 2 in 1.5 meseca. Ker je močnosni spekter soda funkcija, smo ga na sliki 2 izrisali samo za nenegativna frekvenčna števila k, in še to le za prvih 75.

Prenosna funkcija $T(u)$ je po formuli (8) določena z izbiro največje in najmanjše frekvence, pri kateri naj se valovanja še ohranijo. Za največjo smo izbrali: $u_{\max} = 1/27$ dni. Ker smo se namenili časovno vrsto najprej samo zgladiti, je najmanjša frekvenca u_{\min} enaka nič. To pomeni, da valovanja z valovnimi dolžinami, daljšimi od enega meseca, ostanejo, valovanja s krajšimi valovnimi dolžinami pa se izločijo. Frekvenci u_{\max} pripada frekvenčno število: $k_{\max} = u_{\max} \cdot T \approx 75$. Transformirani spekter $F_1(u_k)$ oziroma transformirani močnosni spekter $S_1(u_k)$ se od originalnih spektrov $F(u_k)$ oziroma $S(u_k)$ ločita le za k-je, za katere velja: $|k| > k_{\max} = 75$. Vrednost $F_1(u_k)$ in $S_1(u_k)$ je tam enaka nič.

Zglajeno časovno vrsto (slika 3) smo dobili z inverzno FFT spektra $F_1(u_k)$. Vrsta je spet izrisana le za vsak peti dan v letu 1973. V primerjavi z vrsto izmerjenih temperatur na sliki 1 je letni temperaturni cikel ravno tako dobro opazen, izstopa pa cela vrsta nihanj z različnimi amplitudami in valovnimi dolžinami okrog enega meseca. Najvišja temperatura na zglajeni krivulji, 10.9°C, nastopa istega dne (13. avgusta) kot najvišja izmerjena temperatura na krivulji tega leta, 12.6°C. Drugače je z najnižjo temperaturo. Na zglajeni krivulji nastopa dne 1. marca, -11.5°C, na izmerjeni pa 1. decembra, -17.1°C. V času od 19. februarja do 11. marca, ko vsebuje zglajena krivulja širok lokalni (in absolutni) minimum do -11.5°C, je bila (6. marca) izmerjena tudi temperatura -0.4°C. To kaže, da je variabilnost temperature zaradi "vremena" precej velika. Še bolje se to vidi na krivulji razlik med izmerjenimi temperaturami in vrsto zglajenih temperatur, ali pa na histogramu frekvenčne porazdelitve razlik. Krivulja razlik (slika 4) kaže šum oziroma nihanja temperature zaradi vremenskih procesov, ki so krajši od enega meseca, frekvenčni histogram pa (slika 5), da je šum normalno porazdeljen okrog zglajene krivulje in da so amplitude, ki jih doseže šum, enakega velikostnega reda kot amplituda letnega nihanja temperature s slike 3.

Z nizkofrekvenčnim filtriranjem smo časovno vrsto zgladili in s tem odstranili visokofrekvenčne motnje. Včasih je treba odstraniti tudi počasne valovne komponente, ki morda zakrivajo iskane periodičnosti. Letni temperaturni cikel je lahko tak primer. Najmanjšo frekvenco u_{\min} prenosne funkcije $T(u)$ za pasovni filter smo izbrali na močnosnem spektru časovne vrste na sliki 2. Ugotovili smo že, da vrh pri k = 6 ustreza 341 dnevni periodi, pri k = 8 pa že 8 mesečni oziroma 256 dnevni periodi.

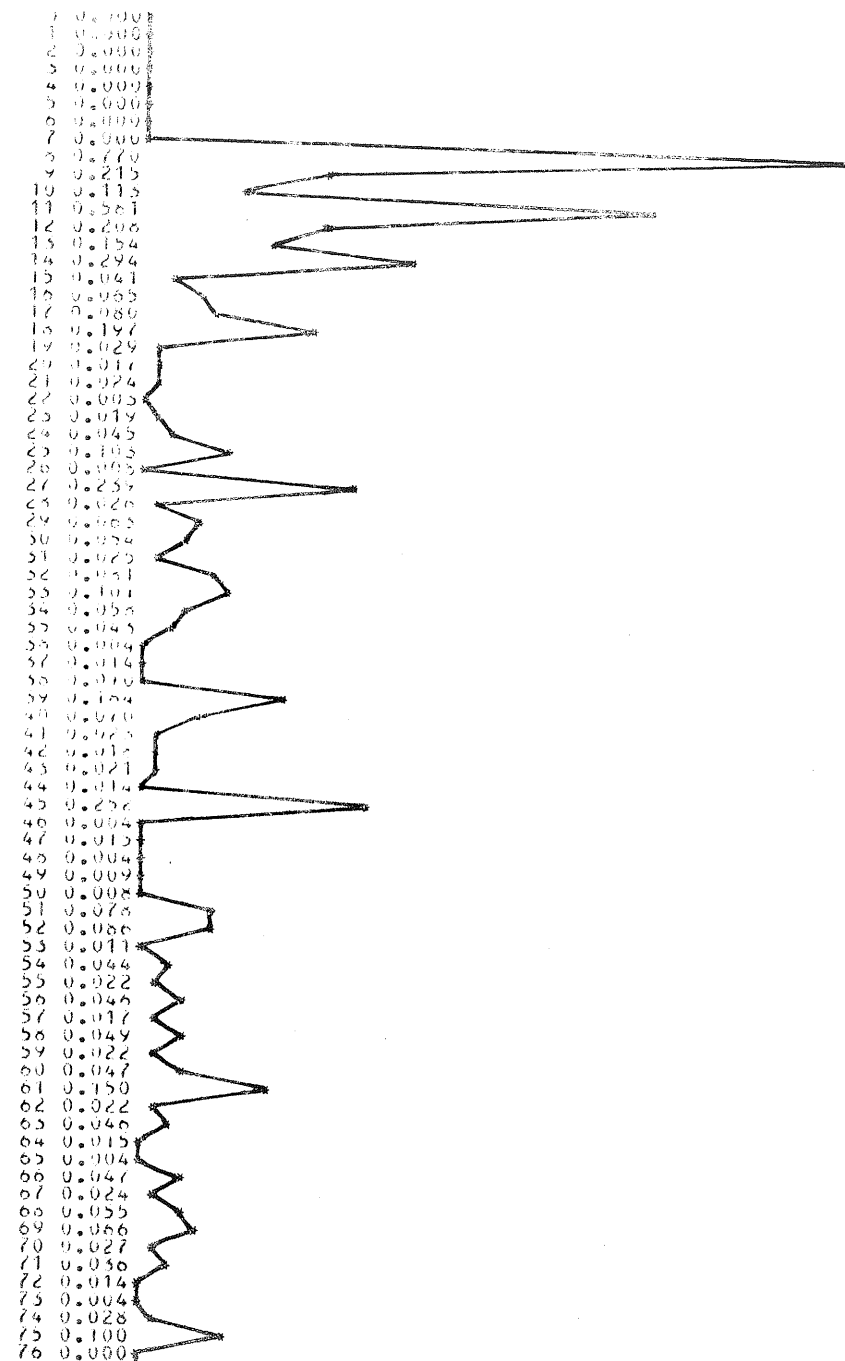


Slika 5 Histogram frekvenčne porazdelitve šuma v času od 1.1.1971 do 9.8.1976 (zvezdice). S črticami je označena zvezdicam najbolj prilegajoča se teoretična normalna porazdelitev. Abscisa - meje temperaturnih razredov v °C.

Fig. 5 Frequency histogram of noise distribution from the 1st January 1971 to the 9th August 1976 (asterisks). Theoretical normal distribution, which fits the best to the asterisks, is indicated with lines. Abscissa - limits of temperature classes in °C.

FIG. 6 The transformed power spectrum - power spectrum from fig. 2 multiplied with the transfere function T(u).

Slika 6 Transformirani močnostni spekter - produkt prenosne funkcije T(u) in močnostnega spektra s slike 2



1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.000
5	0.000
6	0.000
7	0.000
8	0.000
9	0.000
10	0.000
11	0.000
12	0.000
13	0.000
14	0.000
15	0.000
16	0.000
17	0.000
18	0.000
19	0.000
20	0.000
21	0.000
22	0.000
23	0.000
24	0.000
25	0.000
26	0.000
27	0.000
28	0.000
29	0.000
30	0.000
31	0.000
32	0.000
33	0.000
34	0.000
35	0.000
36	0.000
37	0.000
38	0.000
39	0.000
40	0.000
41	0.000
42	0.000
43	0.000
44	0.000
45	0.000
46	0.000
47	0.000
48	0.000
49	0.000
50	0.000
51	0.000
52	0.000
53	0.000
54	0.000
55	0.000
56	0.000
57	0.000
58	0.000
59	0.000
60	0.000
61	0.000
62	0.000
63	0.000
64	0.000
65	0.000
66	0.000
67	0.000
68	0.000
69	0.000
70	0.000
71	0.000
72	0.000
73	0.000
74	0.000
75	0.000
76	0.000

Ker bomo odstranili le valovanja s periodami z dolžinami enega leta in več, vzamemo za najmanjše frekvenčno število kar $k_{min} = 8$. Najmanjša frekvenca je torej $u_{min} = 1/256$ dni, največja pa je enaka kot prej, $u_{max} = 1/27$ dni.

Z zgoraj definirano prenosno funkcijo transformirani močnostni spekter temperaturnih podatkov kaže slika 6. Ker so vrednosti spektra za k -je manjše od 8 enake nič, je slika spektra v primerjavi s spektrom na sliki 2 precej bolj fina. Poleg vrhov pri k je 8, 11, 14, 18, 27, 39 in 45 sta tu izrazitejša vrhova še pri k je 61 in 75. Ustrezata periodama z dolžinama 34 oziroma 27 dni. Najmimogrede omenimo, da 27 dnevno temperaturno periodo povezujejo s pravilno 27 dnevno periodo rotacije sonca /5/.

Inverzna FFT nam da pasovno filtrirano časovno vrsto temperaturnih podatkov, slika 7. Letni cikel je odstranjen ali pa vsaj močno oslabljen. Najdaljša opazna perioda ima dolžino približno 8 mesecev. Nihanja z valovnimi dolžinami okrog enega meseca so identična nihanjem z enakimi valovnimi dolžinami na zglajeni krivulji na sliki 3.

Pasovno filtrirano vrsto smo nato odšteli od zglajene vrste. Dobili smo vrsto (slika 8), ki jo sestavljajo le nizkofrekvenčne valovne komponente s frekvencami, manjšimi od $1/256$ dni. Na sliki je spet izrisana le temperatura za vsak peti dan v letu 1973, zato je viden le letni temperaturni cikel. Najvišjo temperaturo doseže 3. avgusta, 6.6°C , kar se sorazmerno dobro ujema z datumom najvišje izmerjene temperature in najvišje temperature na zglajeni krivulji (13. avgusta). Datumi najnižje temperature, -8.6°C , od 20. do 25. januarja pa se ne ujemajo niti z datumom najnižje izmerjene, niti z datumom najnižje temperature na zglajeni krivulji.

Na koncu so zaradi preglednosti zbrane za vseh pet krivulj najvišje in najnižje temperature ter njihove razlike še v tabeli.

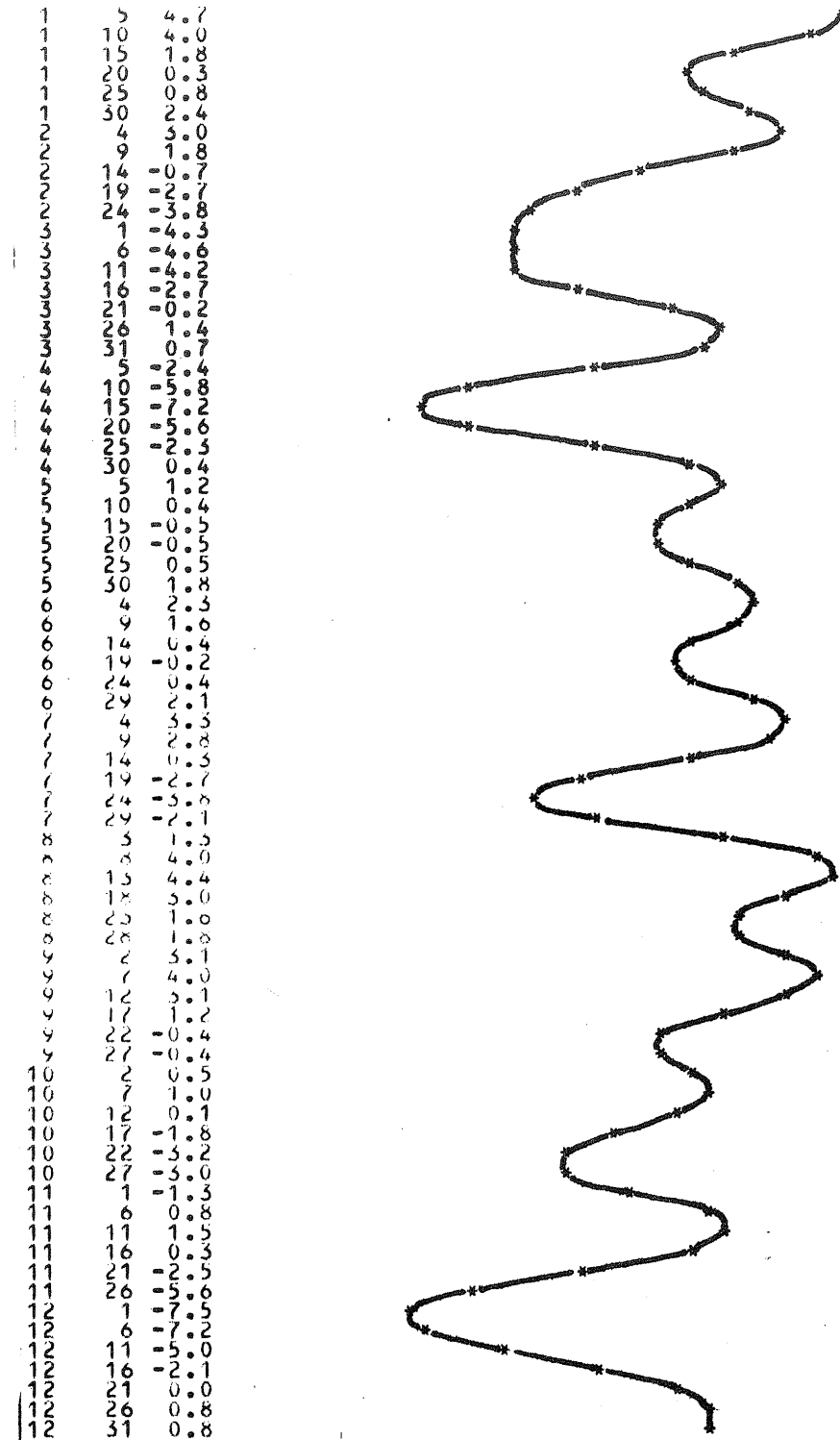
krivulja	max temp.	min temp.	razlika
izmerjena (+)	12.6	-17.1	29.7
zglajena	10.9	-11.5	22.4
letni cikel	6.6	- 8.6	15.2
pasovno filtrirana	4.7	- 7.5	12.2
šum (+)	10.9	- 6.8	17.7

(+) upoštevane so samo vrednosti, izrisane na krivulji (vsak 5. dan), zato so vrednosti lahko absolutno tudi višje.

Tabela Najvišje in najnižje temperature ter njihove razlike v $^{\circ}\text{C}$

Table The highest and the lowest temperatures and their differences in $^{\circ}\text{C}$.

Slika 7 Pasovno filtrirana krivulja temperatur v $^{\circ}\text{C}$ za leto 1973
Fig. 7 Bandpass filtered curve of temperatures in $^{\circ}\text{C}$ in the year 1973.

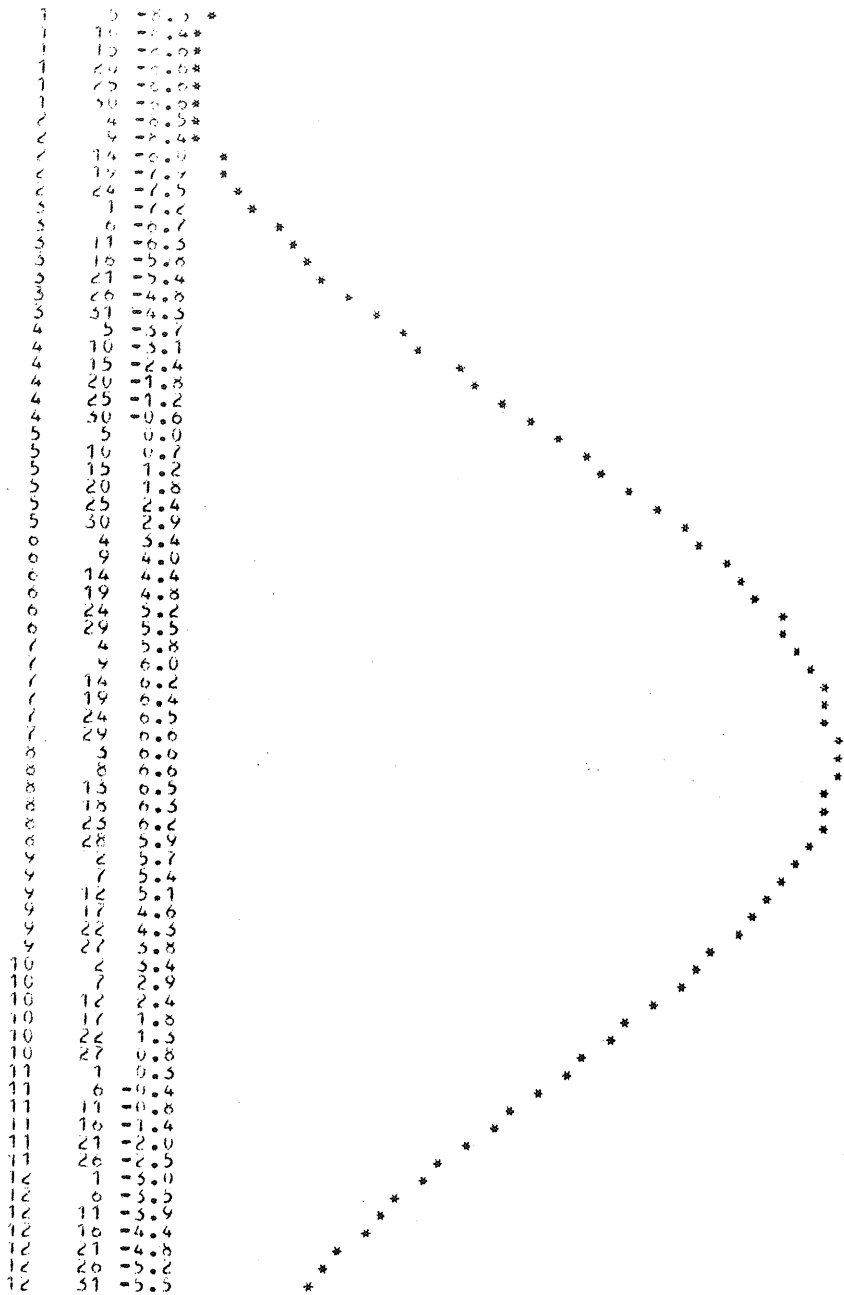


Izdelali smo računalniške programe za filtriranje časovnih vrst. Preizkusili smo jih na temperaturnih podatkih s Kredarice. Za glajenje pomenijo učinkovito orodje. Šele zglajene časovne vrste klimatoloških parametrov so lahko primerno izhodišče za študij klimatoloških zakonitosti in za dolgoročno napovedovanje vremena. Na pasovno filtriranih vrstah temperaturnih podatkov (ena od njih je na sliki 7) bi, na primer, lahko iskali temperaturne singularnosti, lahko bi študirali tudi morebitne pravilnosti pri vdorih topllega oziroma hladnega zraka.

Za temperaturne podatke s Kredarice smo izrisali tudi njihov močnostni spekter. Je stranski proizvod pri filtriranju. Spektralna analiza pa nudi klimatologiji še druge bogate možnosti.

LITERATURA

- /1/ KENDALL M.G.: Time - Series. Griffin, London, 1973
- /2/ COLLEY J.W., P.A.W. LEWIS and P.D. WELCH: Application of the FFT to Computation of Fourier Integrals, Fourier Series, and Convolution Integrals. IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, Vol.AU-15, No.2, June 1967, str. 79 - 85.
- /3/ G-AE SUBCOMMITTEE ON MEASUREMENT CONCEPTS: What is the Fast Fourier Transform ? - ibd -, str. 45 - 66.
- /4/ JENKINS G.M.: Spektralni analiz i jevo priloženija (prevod iz angleščine). Moskva, 1971.
- /5/ STRINGER E.T.: Techniques of Climatology. W.H. Freeman and Co., 1972.



Slika 8 Letni temperaturni cikel v $^{\circ}\text{C}$ za leto 1973 - razlika med zglajeno in pasovno filtrirano krivuljo temperatur

Fig. 8 Annual temperature cycle in $^{\circ}\text{C}$ in the year 1973 - difference between smoothed and bandpass filtered curves of temperatures.